

Congressino MPF - 3.2.2022

*Note conclusive*

Corso di Metodi Probabilistici della Fisica  
2021 / 22

*Enrico Onofri*



# I temi del congresso

- ♦ Modello XY (*Caramanti, Cipressi, Riani*)
- ♦ La correlazione  $\langle x(0)x(t) \rangle$  con il metodo di Parisi (*Bilzi, Nervo, Savi*)
- ♦ Modello Z(N) con Metropolis (*Tarana, Viappiani*)
- ♦ Il modello Z(N) (*Boggio Tomasaz, Dilda, Volpi*)
- ♦ Il modello di Ising in 1-2-3 dimensioni (*Carotti*)



# Risultati

- ◆ Il lavoro è ottimamente documentato dalle presentazioni presenti su dropbox - niente da aggiungere!
- ◆ È stato un ottimo ripasso dei concetti base di MonteCarlo e delle tecniche di implementazione in termini di Metropolis o Langevin/Parisi.
- ◆ Seguono alcune considerazioni personali



*La mia attività in vista del congressino*  
*Il bello è cercare ogni volta nuovi risultati!*

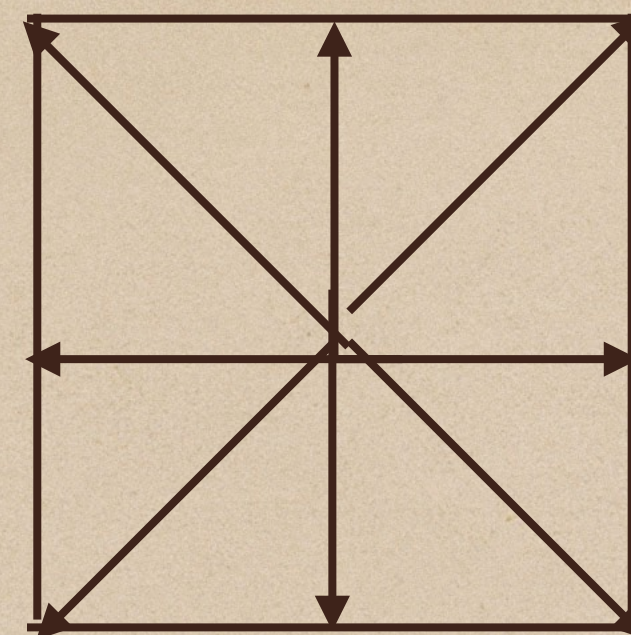
- ◆ *Ising,  $Z(N)$* : la letteratura scientifica sui modelli di spin su reticolo è vastissima. Difficile orientarsi con sicurezza in poche settimane! Il testo di Baxter (*"Exactly solved models in Statistical Mechanics"*, 1989) è una sorgente sicura di informazioni anche se non recentissima. Rivedendo i codici matlab sviluppati di recente per il corso, mi è venuta la curiosità di apportare qualche variazione ai modelli più semplici. Ad es. l'accoppiamento ai soli primi vicini è un aspetto un po' debole dei modelli, in fondo i dipoli magnetici interagiscono a qualunque distanza seppure con un'energia potenziale che decresce con il cubo della distanza.



L'interazione con gli spin

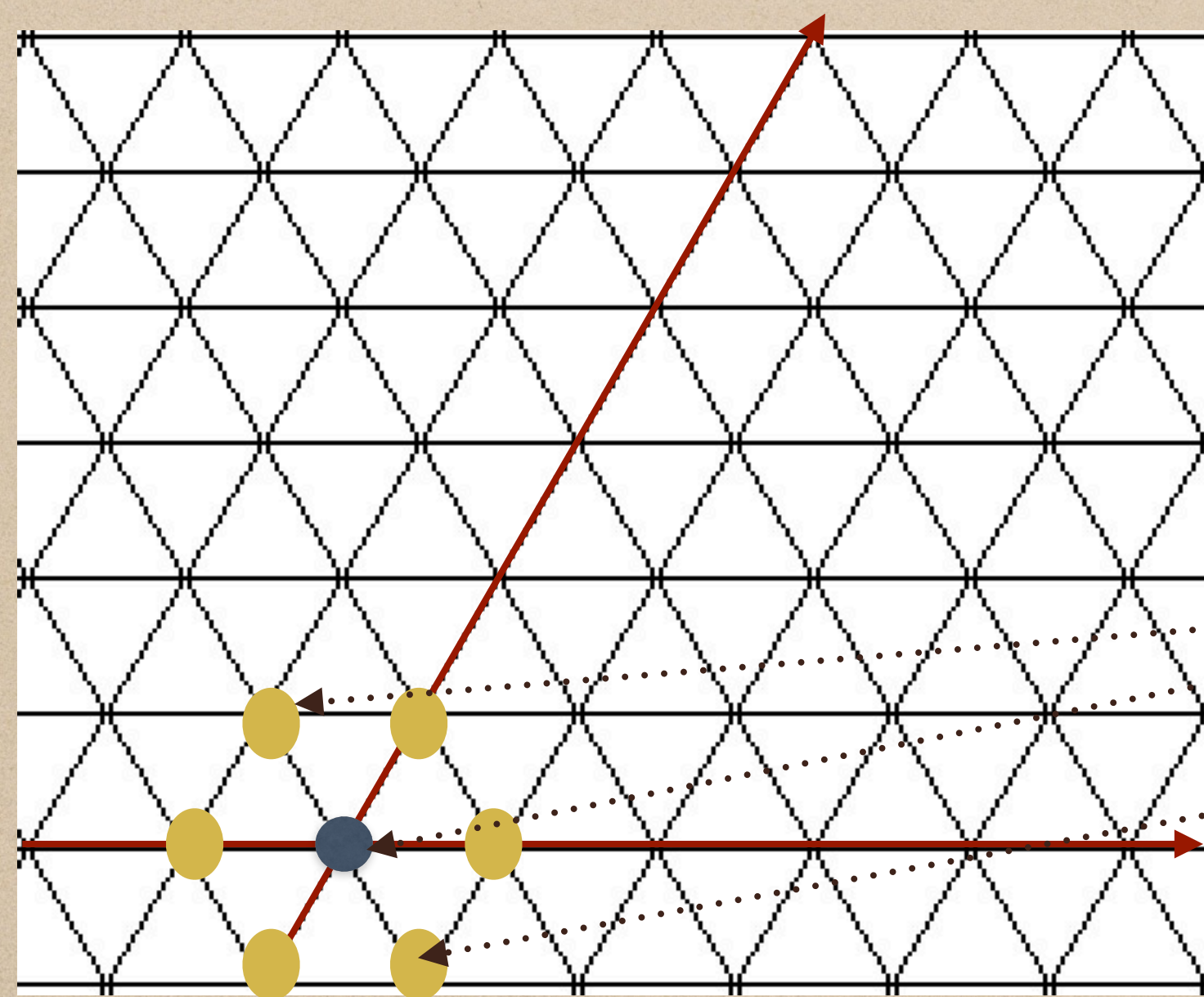
*up-right, up-left, etc* (anche

se sono più lontani) è più debole solo di un fattore  $2\sqrt{2}$ . Ho provato a modificare il codice per  $Z(N)$  aggiungendo l'interazione con i quattro spin a distanza  $\sqrt{2}$ , il che si fa molto facilmente.





Modelli di spin su reticolo triangolare sono molto studiati in letteratura. Anche i nostri codici si possono adattare col minimo sforzo per studiare un reticolo triangolare.



Gli accoppiamenti su un reticolo triangolare si possono realizzare con i nostri codici usuali indicando gli accoppiamenti. *See*  $\leftarrow\rightarrow$  *Seo*, *Soe*, *Soo(left,:)*, *Soo(:,down)* e analoghi per gli altri sottoreticoli.

*N.B. Conta solo la connettività del reticolo e l'energia di accoppiamento*

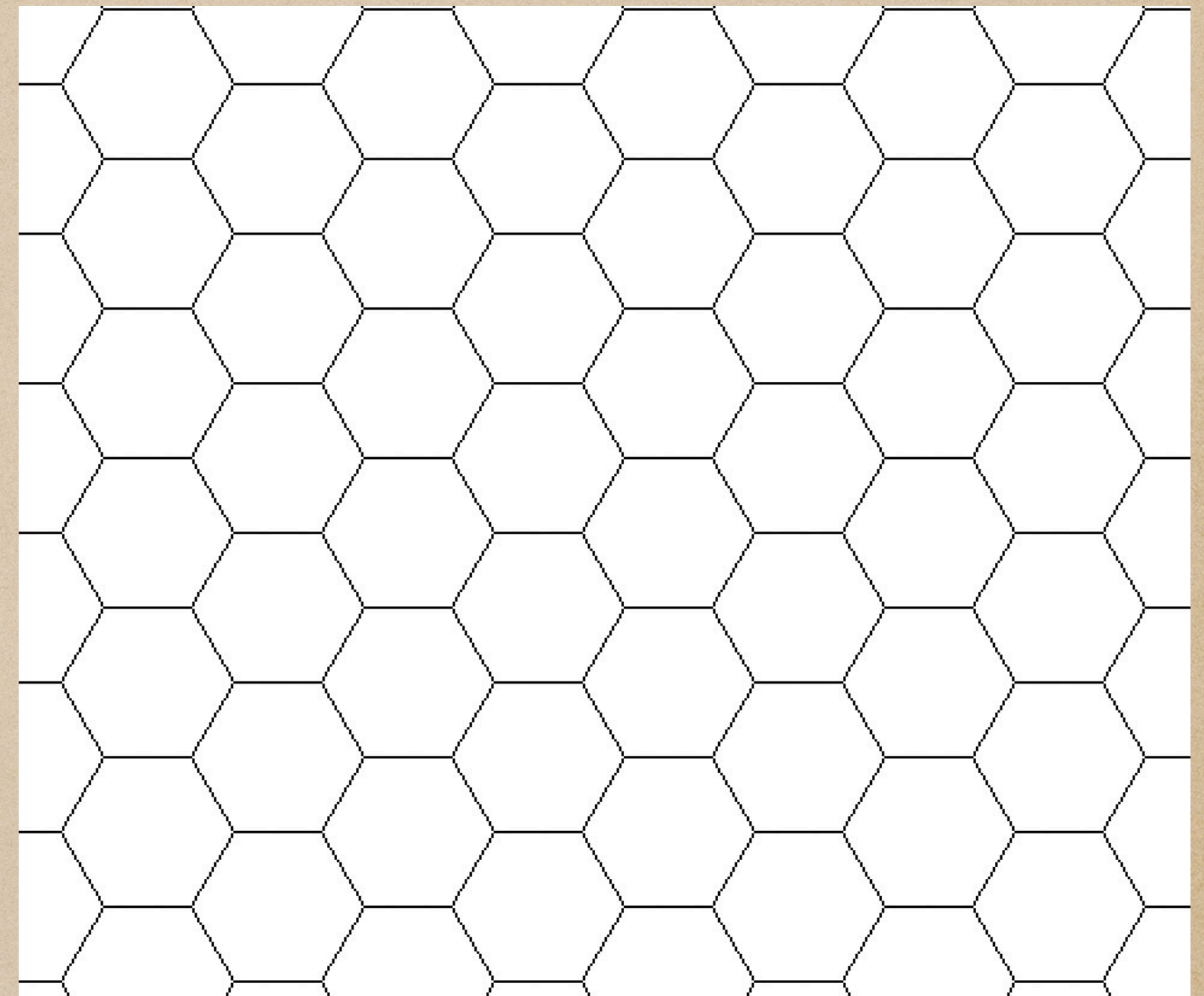


# *Un altro progetto per voi da sviluppare durante l'estate*

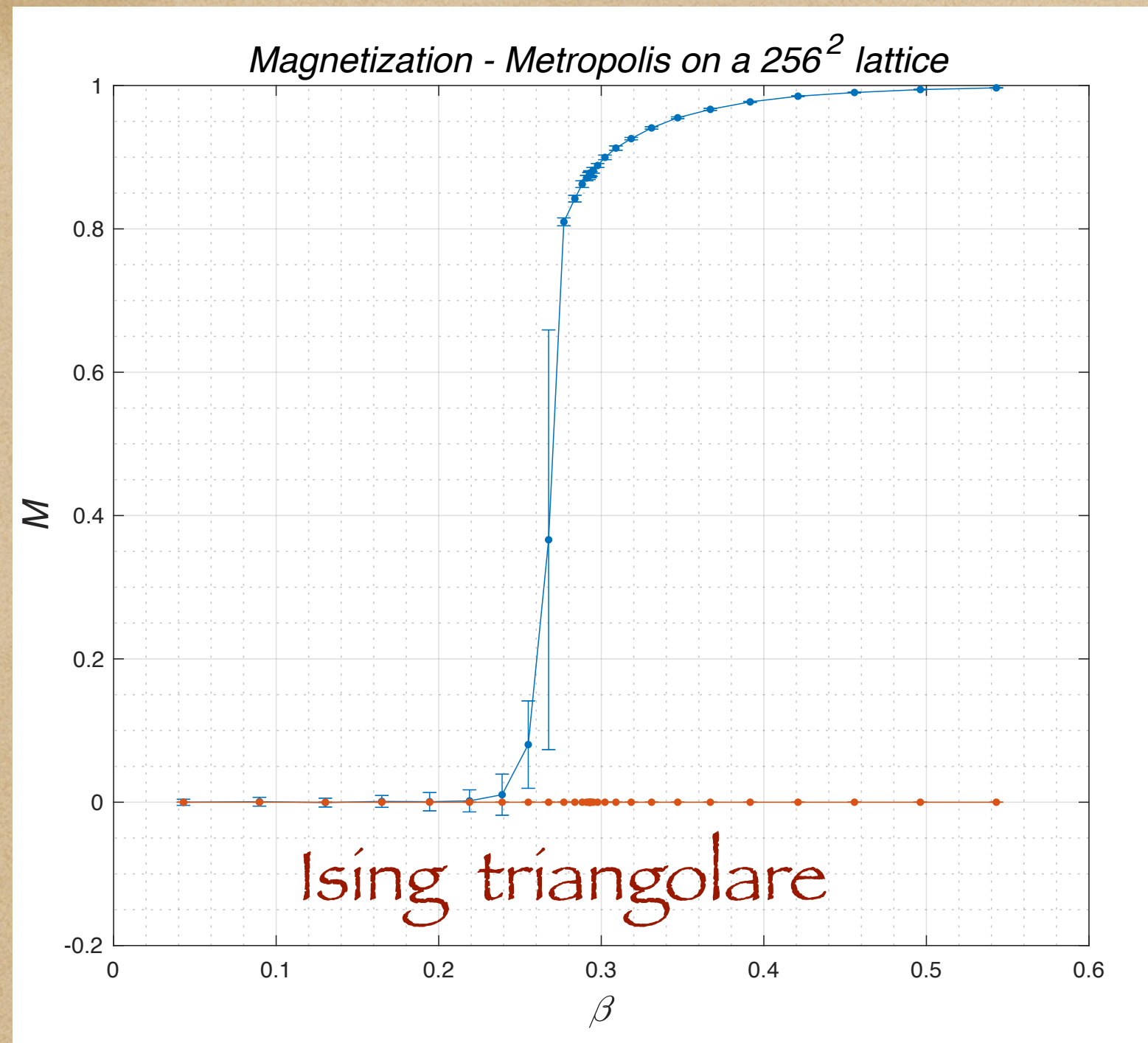
## ◆ Reticolo “honeycomb”:

**Table 11.2.** Critical values of  $K = J/k_B T$  for the Ising model on various lattices:  $\bar{q}$  is the coordination number.

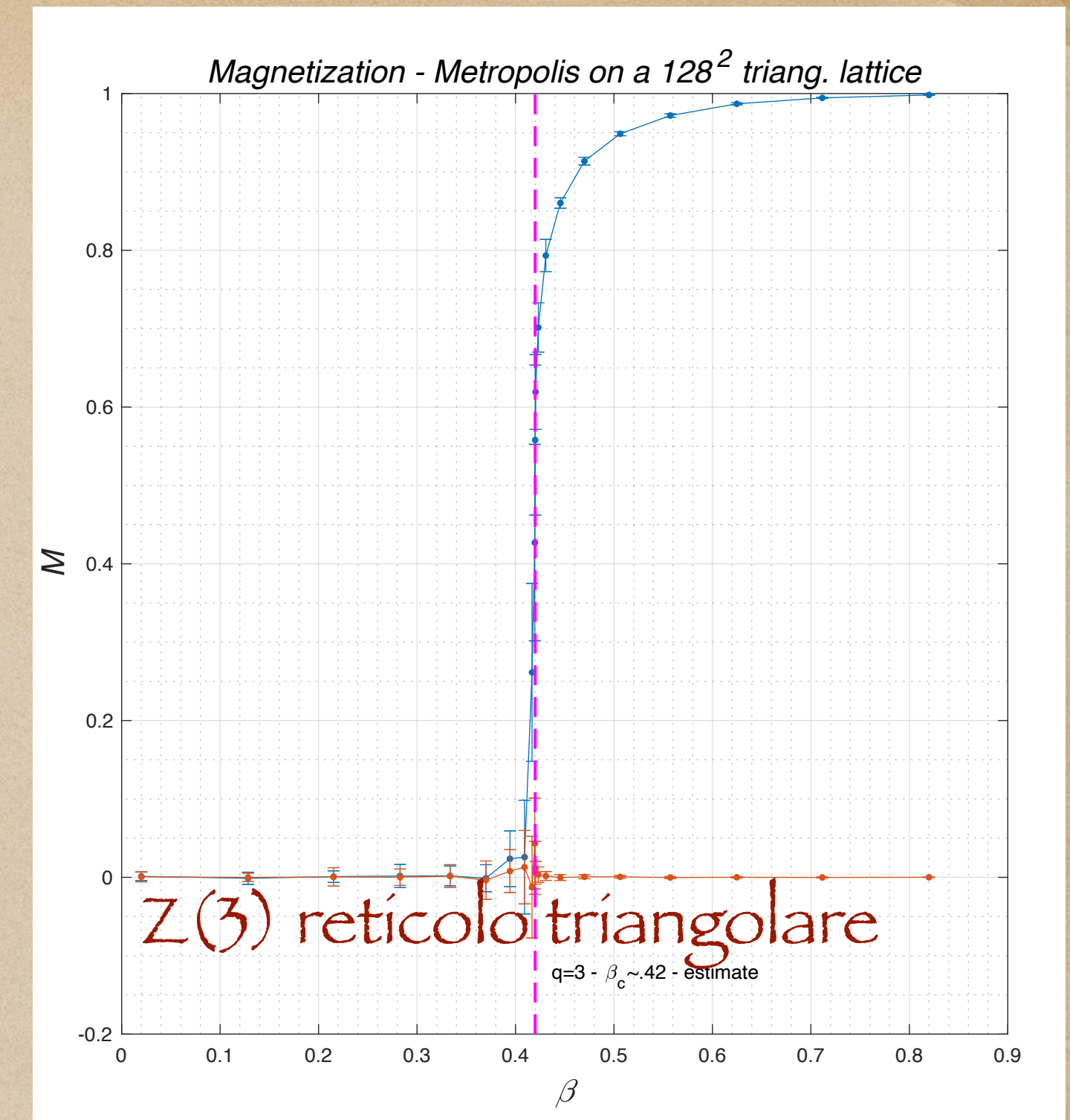
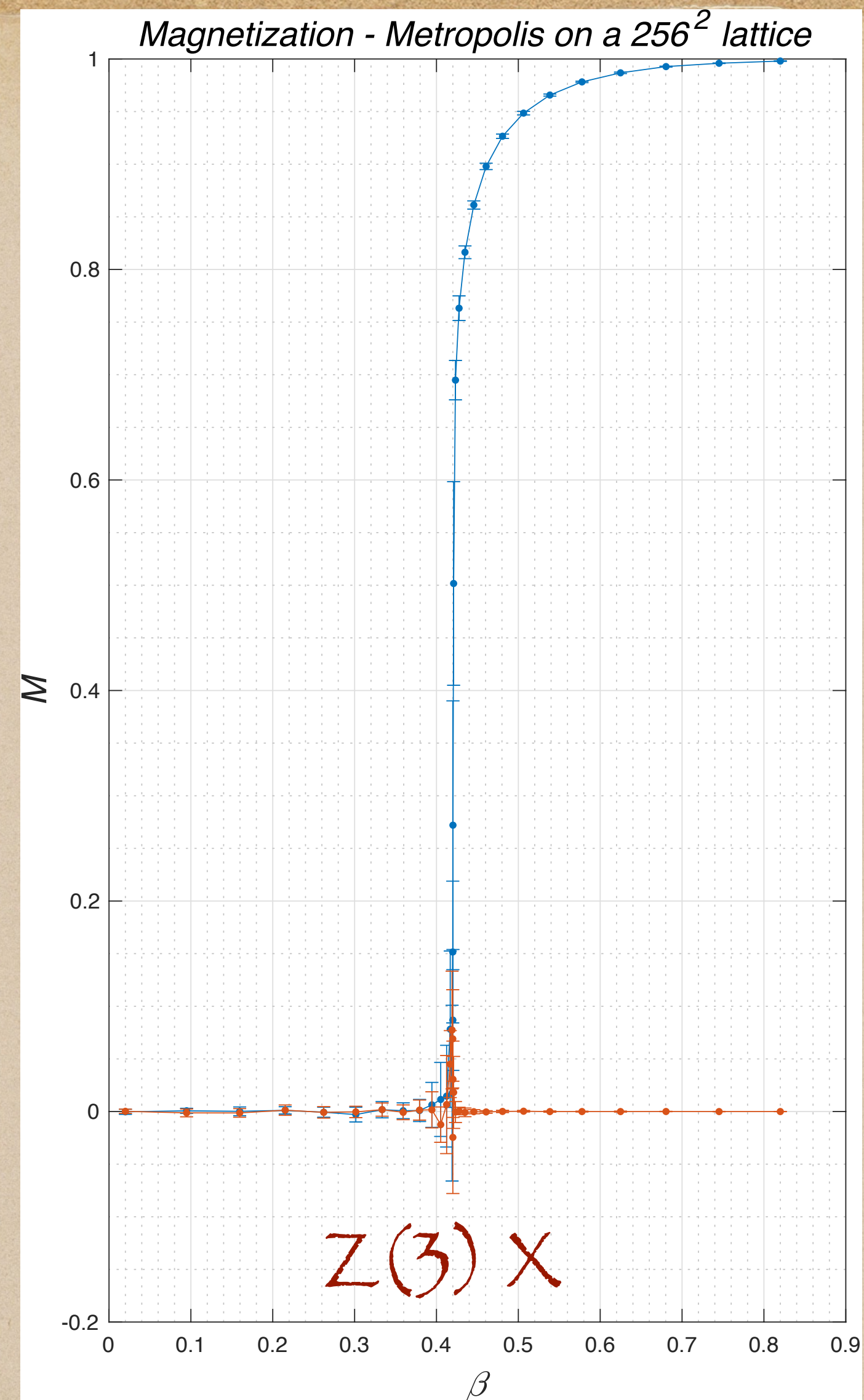
$\bar{q}$	Planar	Three-dimensional	Bethe
3	0.658479 (honeycomb)		0.549306
4	0.440687 (square)	0.36979 (diamond)	0.346574
6	0.274653 (triangular)	0.22169 (simple cubic)	0.202733
8		0.15741 (BCC)	0.143841
12		0.10209 (FCC)	0.091161







Tre plot che sembrano  
identici: Ising,  $Z(3)$ , e  
 $Z(3)$  su reticolo  
triangolare



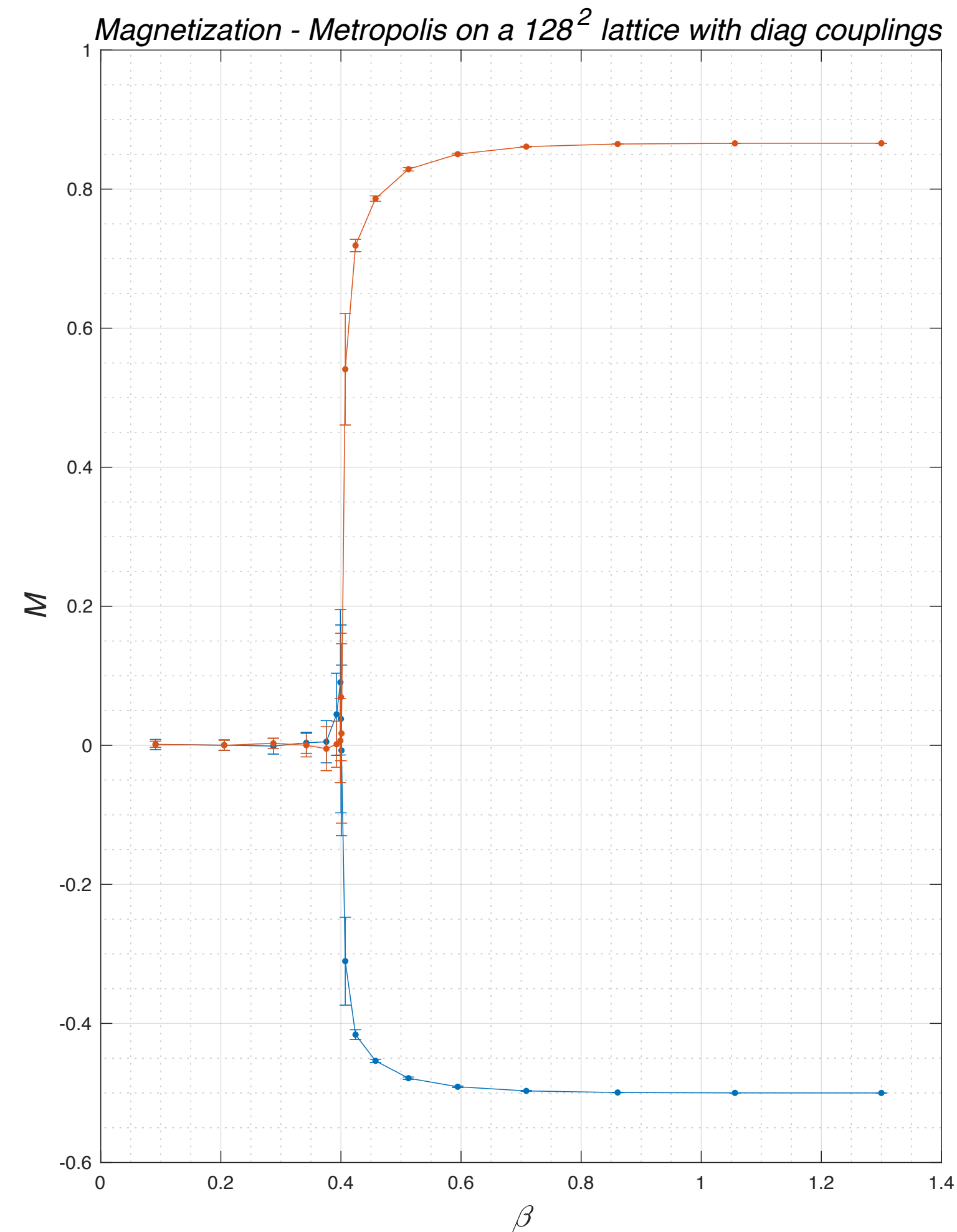
Il  $\beta_c$  cambia ma lo  
schema generale è  
indistinguibile!

Universalità degli esponenti critici ( $\alpha=1/8$ )



- ◆ con qualche sorpresa: qui  $Z(3)$  con accoppiamenti a primi vicini più le due diagonali, con magnetizzazione sgheмба rispetto al campo  $B$  piccolo (0.005)!

$$M = (-1/2, \sqrt{3}/2)$$





## Altri temi:

- *modello XY*
- *correlazione  $\langle x(s) x(s + t) \rangle$  per Mecc.Quant.*
- ◆ Ho ripreso lo studio del secondo problema perchè a suo tempo non avevo sfruttato il metodo di Parisi, che si rivela molto efficace.



# Correlazione 'alla Parisi' - oscillatore anarmonico $g=.5$

>> setup = LangParFor(setup);  
Elapsed time is 103.646085  
seconds.

slope =

1.6261

$\langle E \rangle = 1.6249 \pm 0.0032996$

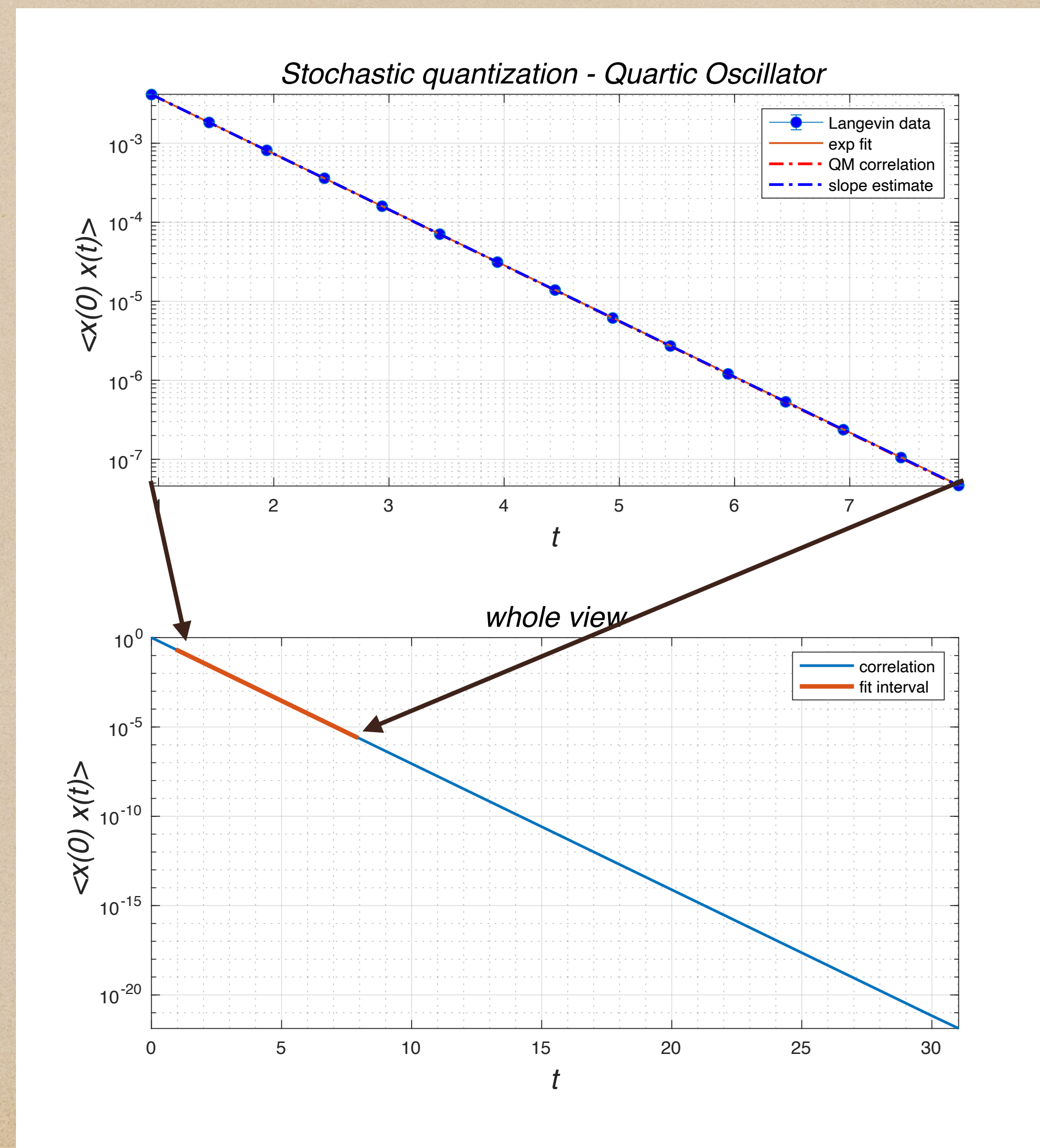
$E_{qm} =$

1.6282

$P_{aded}E =$

$1.4965 < \text{---} g=0.5!$

Deviation is 66% of  $\text{std}(E)$





## Come osservazione finale doverosa:

- ♦ La descrizione dei modelli di interazione ferromagnetica che abbiamo utilizzato in questi esperimenti, e che deriva dalle ricerche sui modelli di spin dal carattere fortemente matematico, evita di approfondire la natura del magnetismo nei solidi. Questa non è la mia specialità - c'è però un forte gruppo di esperti in questo Dipartimento a cui potrete fare riferimento se vi nasce l'interesse per l'argomento. Come nasce l'interazione  $-J \vec{s}_i \cdot \vec{s}_j$ ?



Se controlliamo sui testi classici come il Jackson di Elettrodinamica la formula corretta della energia di interazione tra due dipoli magnetici è data da

$$U = \frac{\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2}{r^3} - 3 \frac{(\vec{\mu}_1 \cdot \vec{x})(\vec{\mu}_2 \cdot \vec{x})}{r^5}$$

dove  $\vec{x}$  è la separazione spaziale tra i due magneti. Questa formula è ben diversa dalla semplice  $-J \vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2$  che utilizzano i modelli Z(N) e XY! I nostri codici si possono facilmente modificare per vedere cosa cambia nella statistica dei modelli tenendo conto della formula più complicata, ma più realistica, se il modello è costituito da magneti liberi di ruotare ma vincolati a stare nei nodi del reticolo.



- ◆ Ci si rende conto rapidamente che questo **NON** può portare al ferromagnetismo! Se l'interazione favorisce la posizione parallela di due magneti posti a distanza  $a$  lungo l'asse  $x$ , ciò non è vero nella direzione  $y$ ! Quindi la configurazione di tutti spin allineati non è quella di energia minima.



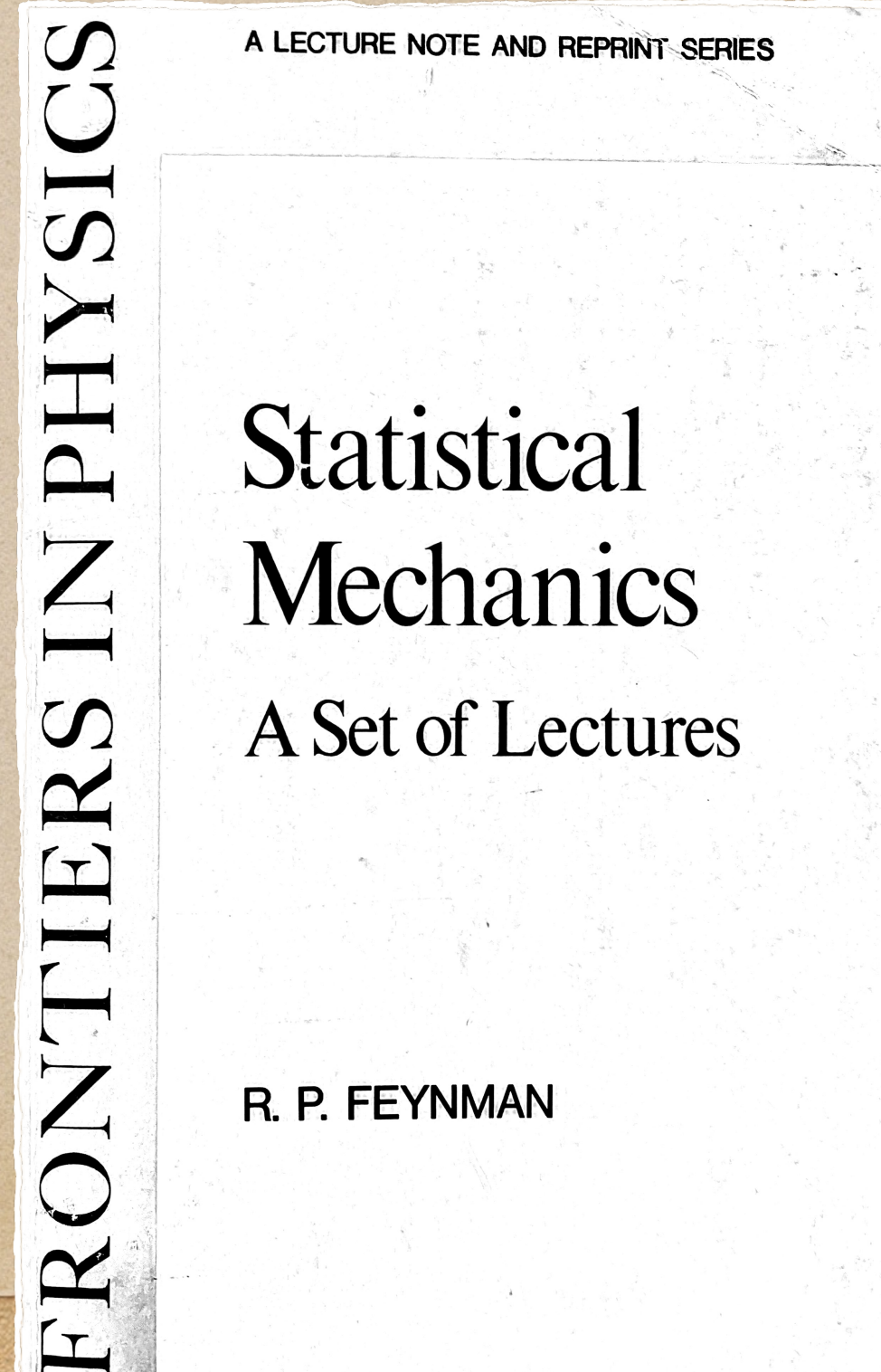
$$U = J$$



$$U = -2J$$




- ◆ In poche parole, il ferromagnetismo di cui il modello di Heisenberg e derivati fornisce una descrizione matematica che ne evidenzia le proprietà critiche non è comprensibile solo sulla base della elettrodinamica classica. Bisogna fare riferimento alla meccanica quantistica per descrivere il fenomeno. Una trattazione elegante si trova ad es. sulle lezioni di Física Estadística di Feynman, Cap.7 "*Spin waves*".
- ◆





### 34–6 Classical physics gives neither diamagnetism nor paramagnetism



Now we would like to demonstrate that according to classical mechanics there can be no diamagnetism and no paramagnetism at all. It sounds crazy—first, we have proved that there are paramagnetism, diamagnetism, precessing orbits, and so on, and now we are going to prove that it is all wrong. Yes!—We are going to prove that *if* you follow the *classical* mechanics far enough, there are no such magnetic effects—*they all cancel out*. If you start a classical argument in a certain place and don't go far enough, you can get any answer you want. But the only legitimate and correct proof shows that there is no magnetic effect whatever.

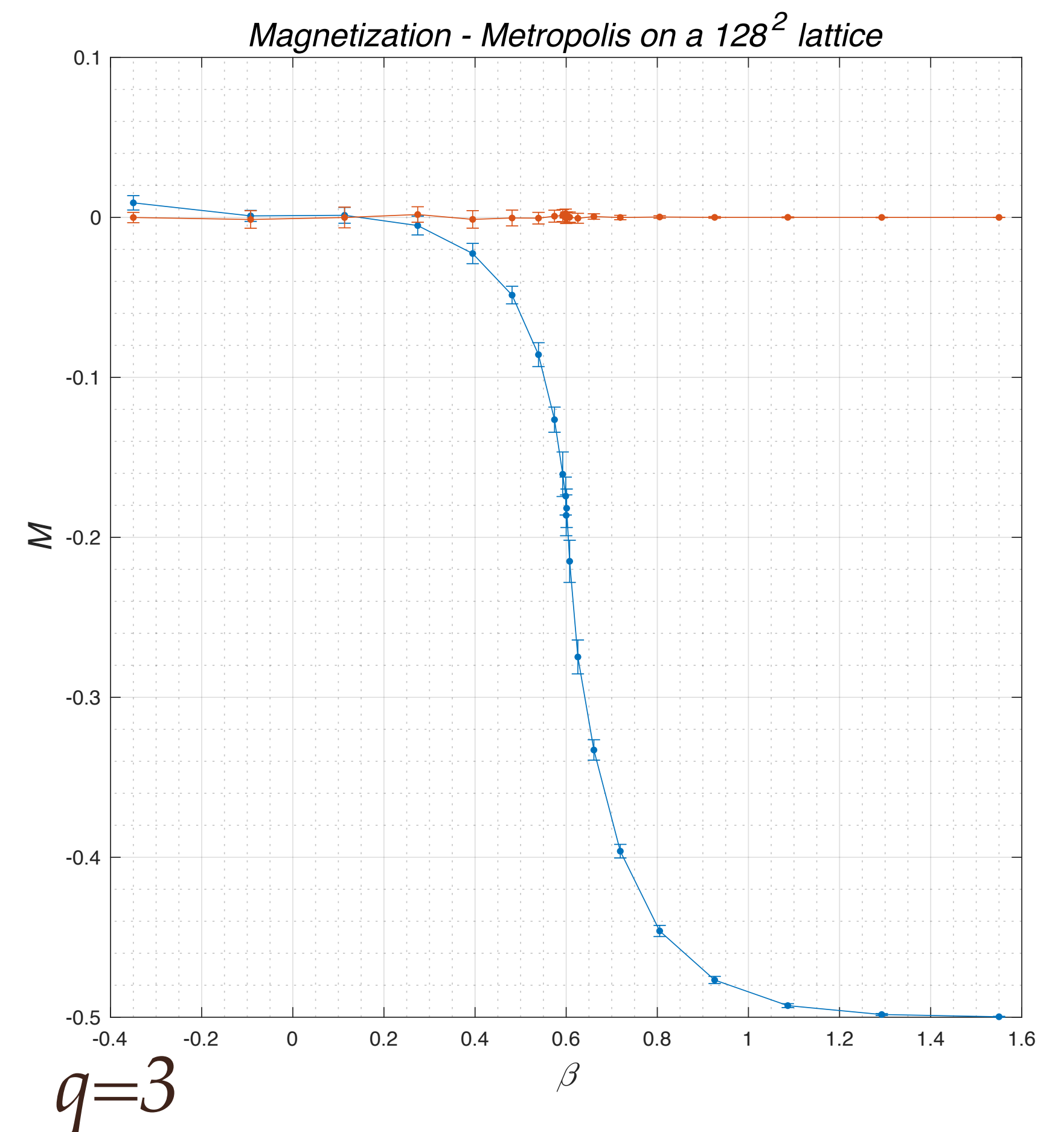
It is a consequence of classical mechanics that if you have any kind of system—a gas with electrons, protons, and whatever—kept in a box so that the whole thing can't turn, there will be no magnetic effect. It is possible to have a magnetic effect if you have an isolated system, like a star held together by itself, which can start rotating when you put on the magnetic field. But if you have a piece of material that is held in place so that it can't start spinning, then there will be no magnetic effects. What we mean by holding down the spin is summarized this way: At a given temperature we suppose that there is *only one state* of thermal equilibrium. The theorem then says that if you turn on a magnetic field and wait for the system to get into thermal equilibrium, there will be no paramagnetism or diamagnetism—there will be no induced

Dalle lezioni di  
Feynman

[www.feynmanlectures.caltech.edu](http://www.feynmanlectures.caltech.edu)



La simulazione del reticolo di spin con l'interazione classica tra momenti magnetici è molto diversa da quella di Heisenberg (Ising,  $Z(N)$ ). I risultati sono solo preliminari. Ci lavoreremo durante l'estate!





# Questo è tutto!

- ◆ Avrete presto registrato il vostro esame su ESSE3
- ◆ di quando in quando, se vi annoierete, inventatevi un modello di meccanica statistica da studiare con il MonteCarlo e magari scoprirete che nessuno ci aveva pensato prima - potrebbe essere la vostra prima pubblicazione (*il mio lavoro n.1 è del '69 e avevo 23 anni...*)